

«УТВЕРЖДАЮ»

**Директор Федерального института
педагогических измерений**



А.Г. Ершов

2008 г.

«СОГЛАСОВАНО»

**Председатель Научно-
методического совета ФИПИ
по математике**

A handwritten signature in black ink, belonging to G.G. Kantorovich.

Г.Г. Канторович

«24» 10.06.2008 г.

**Государственная (итоговая) аттестация выпускников IX классов
общеобразовательных учреждений 2009 г.
(в новой форме) по ГЕОМЕТРИИ**

Демонстрационный вариант экзаменационной работы

подготовлен Федеральным государственным научным учреждением

«ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ПЕДАГОГИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ»

Заместитель директора ФИПИ

A large, stylized handwritten signature in black ink, belonging to A.O. Tatur.

А.О. Татур

**Экзаменационная работа для проведения государственной итоговой
аттестации выпускников IX классов общеобразовательных учреждений
2009 года (в новой форме)
по ГЕОМЕТРИИ**

Демонстрационный вариант 2009 года

Пояснения к демонстрационному варианту экзаменационной работы

При ознакомлении с Демонстрационным вариантом 2009 года следует иметь в виду, что приведенные в нем задания не отражают всех вопросов содержания, которое будет проверяться на государственной (итоговой) аттестации выпускников IX классов по новой форме в 2009 году. Полный перечень вопросов, контролируемых на итоговой аттестации в IX классе в 2009 году, приведен в кодификаторе, помещенном на сайте www.fipi.ru.

Назначение демонстрационного варианта состоит в том, чтобы дать возможность любому выпускнику, сдающему экзамен, и широкой общественности составить представление о структуре вариантов экзаменационной работы по числу, разнообразию форм, уровней сложности заданий. Приведенные критерии оценки выполнения заданий с развернутым ответом (части 3), включенные в демонстрационный вариант, позволят составить представление о требованиях к полноте и правильности записи развернутого ответа.

Эти сведения позволят выпускникам выработать стратегию подготовки к сдаче выпускного экзамена в соответствии с целями, которые ставятся перед ними.

**Экзаменационная работа для проведения государственной итоговой
аттестации выпускников IX классов общеобразовательных учреждений
2009 года (в новой форме)
по ГЕОМЕТРИИ**

Демонстрационный вариант 2009 года

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по геометрии дается 3 часа (180 мин). Работа состоит из трех частей и содержит 15 заданий.

Часть 1 содержит 8 несложных заданий. К первым четырем заданиям приведены 4 варианта ответа, из которых только один верный. При выполнении этих заданий обведите кружочком **номер** выбранного ответа в экзаменационной работе. Если вы ошиблись при выборе ответа, то зачеркните отмеченную цифру и обведите нужную:

1) 26



20

3) 15



10

К заданиям 5 – 8 дайте только ответ (решение записывать не нужно). Ответ записывается в экзаменационной работе в отведенном для этого месте. В случае записи неверного ответа зачеркните его и запишите рядом новый.

Часть 2 содержит 5 более сложных заданий. К заданиям 9 – 12 необходимо дать только ответ, к заданию 13 – записать решение.

Часть 3 содержит 2 самых сложных задания, при выполнении которых требуется записать обоснованное решение.

При выполнении работы разрешается использовать линейку, угольник, циркуль и транспортир. Использование калькулятора не допускается.

Советуем выполнять задания в том порядке, в котором они даны в работе. С целью экономии времени пропускайте задание, которое не удастся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если после выполнения всей работы у вас останется время, то можно вернуться к пропущенным заданиям.

За каждый правильный ответ в зависимости от сложности задания дается один или более баллов. Баллы, полученные вами за все задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно большее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

При выполнении заданий с выбором ответа (задания 1 – 4) обведите кружком номер выбранного ответа в экзаменационной работе.

- 1** Диагонали прямоугольника $KMNP$ пересекаются в точке C . Найдите $\angle MNC$, если $\angle MCN = 46^\circ$.

1) 67° 2) 46° 3) 23° 4) 44°

- 2** Через точку A окружности с центром O проведена касательная AB . Найдите радиус окружности, если $OB = 8$, $\angle AOB = 60^\circ$.

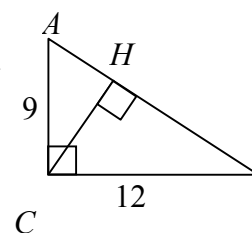
1) $4\sqrt{3}$ 2) 8 3) $4\sqrt{2}$ 4) 4

- 3** Внешний угол при основании равнобедренного треугольника равен 140° . Найдите угол между боковыми сторонами этого треугольника.

1) 70° 2) 100° 3) 40° 4) 80°

- 4** Используя данные, указанные на рисунке, найдите высоту CH .

1) 15 2) 7,5 3) $6\sqrt{3}$ 4) 7,2



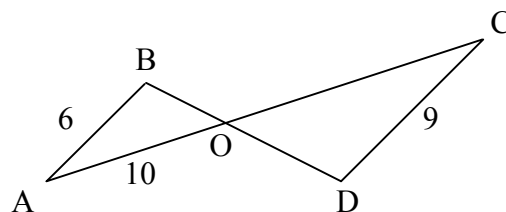
При выполнении заданий с кратким ответом (задания 5 – 8) запишите ответ в месте, указанном в тексте задания.

- 5** Длина окружности равна 29π . Найдите радиус этой окружности.

Ответ: _____

- 6** Используя данные, указанные на рисунке, найдите AC , если известно, что $AB \parallel CD$.

Ответ: _____



- 7** Найдите боковую сторону равнобедренной трапеции, если ее основания равны 9 и 19, а высота равна 12.

Ответ: _____

- 8** В параллелограмме $ABCD$ на стороне BC отмечена точка K так, что $BK = AB$. Найдите $\angle BCD$, если $\angle KAD = 20^\circ$.

Ответ: _____

Часть 2

При выполнении заданий с кратким ответом (задания 9 – 11) запишите ответ в месте, указанном в тексте задания. При этом единицы измерений (градусы, метры и др.) писать не нужно.

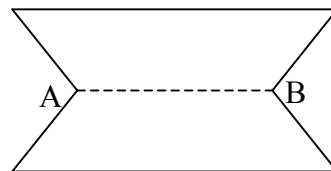
- 9** Сторона равностороннего треугольника MLN равна 6 см. Найдите скалярное произведение векторов \overrightarrow{LM} и \overrightarrow{LN} .

Ответ: _____

- 10** Радиус окружности, описанной около правильного двенадцатиугольника $A_1A_2\dots A_{12}$, равен $5\sqrt{3}$. Найдите длину диагонали A_1A_5 .

Ответ: _____

- 11** Имеется лист фанеры прямоугольной формы, длина и ширина которого соответственно равны 10 дм и 5 дм. Из него, как показано на рисунке, вырезаны две одинаковые части в форме равнобедренных треугольников. Сколько килограммов краски потребуется, чтобы покрасить получившуюся фигуру, если длина отрезка AB равна 6 дм, а на 1 дм^2 поверхности расходуется 0,012 кг краски?



Ответ: _____

При выполнении задания 12 обведите кружком номера ответов, которые вы выбрали как правильные. После слова «Ответ» запишите номера выбранных ответов, например 123.

- 12** Укажите, какие из перечисленных ниже утверждений всегда верны.

- 1) Все углы ромба – острые.
- 2) Все высоты ромба равны.
- 3) Диагонали ромба взаимно перпендикулярны.
- 4) Радиус окружности, вписанной в ромб, равен стороне этого ромба.
- 5) В ромбе с углом в 60° одна из диагоналей равна его стороне.

Ответ: _____

Для записи ответов на задания 13 – 15 используйте отдельный лист или бланк. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем его решение.

- 13** BP и DK – высоты параллелограмма $ABCD$, проведенные из вершин тупых углов, причем точка P лежит между точками C и D , а точка K лежит между точками B и C . Отрезки BP и DK пересекаются в точке O . Докажите, что треугольники CKD и CPB подобны, а углы KOB и BCD равны.

Часть 3

- 14** В равнобедренный треугольник ABC с основанием BC вписана окружность. Она касается стороны AB в точке M . Найдите радиус этой окружности, если $AM = 10$ и $BM = 15$.
- 15** Высоты треугольника ABC пересекаются в точке H , а медианы – в точке M . Точка K – середина отрезка MH . Найдите площадь треугольника AKC , если известно, что $AB = 6$, $CH = 3$, $\angle BAC = 45^\circ$.

Система оценивания экзаменационной работы по геометрии

Часть 1

За верное выполнение заданий этой части выставляется 1 балл.

За выполнение заданий 1-4 с выбором ответа выставляется 1 балл при условии, если обведен только один номер верного ответа. Если обведены и не перечеркнуты два и более ответов, в том числе правильный, то ответ не засчитывается.

За выполнение заданий 5-8 с кратким ответом выставляется 1 балл при условии, если записано правильное число.

№ задания	Ответ	№ задания	Ответ
1	1	5	14,5
2	4	6	25
3	2	7	13
4	4	8	40

Часть 2

Задания 9-11 оцениваются в 1 балл.

В зависимости от числа указанных верных ответов за выполнение задания 12 выставляется от 0 до 2 баллов: указаны все 3 верных ответа и при этом не указаны неверные ответы – 2 балла; указано не менее двух верных ответов и при этом указано не более одного неверного ответа – 1 балл; во всех остальных случаях – 0 баллов.

№ задания	Ответ
9	18
10	15
11	0,48
12	235

Задание 13 оценивается в зависимости от полноты и правильности ответа по приведенным ниже критериям. За выполнение задания 13 выставляется от 0 до 2 баллов.

Часть 3

Задания 14 и 15 оцениваются в зависимости от полноты и правильности ответа по приведенным ниже критериям. За выполнение задания 14 выставляется от 0 до 2 баллов, задания 15 – от 0 до 3 баллов.

№ задания	Ответ
14	7,5
15	$\frac{45}{8}$

**Критерии оценивания выполнения заданий с развернутым ответом
№№ 13-15**

В работу включены три задания с развернутым ответом, существенно различающиеся по уровню сложности. Выполнение этих заданий оценивается экспертами.

Ниже для каждого из заданий №№ 13–15 приводится **один из возможных** вариантов решения, который может быть представлен в работах учащихся, и даются критерии их оценивания.

Подчеркнем, что приведенные записи решений не являются эталонами выполнения работы, которым обязаны следовать учащиеся.

ЗАДАНИЕ № 13

BP и DK – высоты параллелограмма $ABCD$, проведенные из вершин тупых углов, причем точка P лежит между точками C и D , а точка K лежит между точками B и C . Отрезки BP и DK пересекаются в точке O . Докажите, что треугольники CKD и CPB подобны, а углы KOB и BCD равны.

Образец возможного решения:

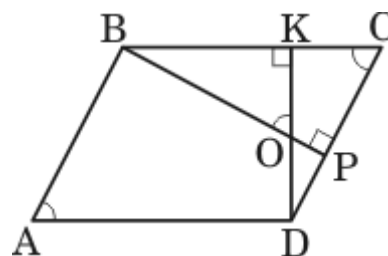
1) У треугольников CKD и CPB $\angle C$ – общий.
Следовательно, прямоугольные треугольники CKD и CPB подобны (по двум углам).

2) Пусть у прямоугольного треугольника CPB $\angle BCP = \alpha$, тогда $\angle KBO = \angle CBP = 90^\circ - \alpha$ по свойству острых углов прямоугольного треугольника.

Тогда $\angle BOK = 90^\circ - \angle KBO = 90^\circ - (90^\circ - \alpha) = \alpha$.

То есть $\angle BOK = \angle BCD$.

Что и требовалось доказать.



Балл	Содержание критерия
2	Доказаны оба из предложенных в задаче утверждений.
1	Доказано только одно из утверждений.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

ЗАДАНИЕ № 14

В равнобедренный треугольник ABC с основанием BC вписана окружность. Она касается стороны AB в точке M . Найдите радиус этой окружности, если $AM = 10$ и $BM = 15$.

Образец возможного решения:

1) Пусть AH – высота равнобедренного треугольника ABC . Из свойств равнобедренного треугольника ABC следует, что AH – биссектриса этого треугольника. Поэтому центр O вписанной в треугольник окружности лежит на отрезке AH , и окружность касается основания BC данного треугольника в точке H .

2) Поскольку отрезки касательных к окружности, проведенные из одной точки, равны, получаем: $BH = BM = 15$.

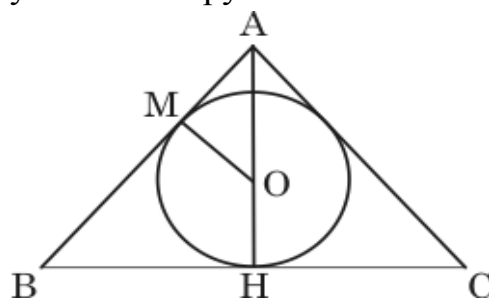
3) В прямоугольном треугольнике ABH
 $AB = AM + MB$, $AB = 25$ и

$$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2}, \quad AH = 20.$$

4) Прямоугольный треугольник ABH подобен прямоугольному треугольнику AOM (по двум углам). Откуда $\frac{AH}{AM} = \frac{BH}{OM}$. Получаем:

$$OM = \frac{BH \cdot AM}{AH}, \quad OM = \frac{15}{2}.$$

Ответ: 7,5.



Критерии оценивания задания № 14 учитывают только правильность хода решения, но не включают требование к его обоснованию.

Балл	Содержание критерия
2	Ход решения правильный. Решение завершено. Все преобразования и вычисления выполнены верно. Получен верный ответ.
1	Ход решения правильный. Решение завершено. Допустима описка или негрубая ошибка в вычислениях и преобразованиях, не влияющая на правильность хода решения. В результате этих недочетов возможен неверный ответ.
0	Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1 и 2 балла.

ЗАДАНИЕ № 15

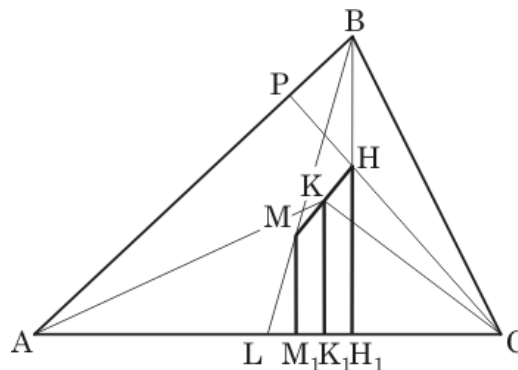
Высоты треугольника ABC пересекаются в точке H , а медианы – в точке M . Точка K – середина отрезка MH . Найдите площадь треугольника AKC , если известно, что $AB = 6$, $CH = 3$, $\angle BAC = 45^\circ$.

Образец возможного решения:

По условию высоты треугольника ABC пересекаются, следовательно, точка H их пересечения расположена внутри этого треугольника.

1) Пусть CP – высота, а BL – медиана треугольника ABC .

Обозначим: H_1, K_1, M_1 – основания перпендикуляров, проведенных соответственно из точек H, K, M к прямой



AC . В прямоугольном треугольнике APC $\angle PAC = 45^\circ$, следовательно, $\angle PCA = 45^\circ$.

2) В прямоугольном треугольнике HH_1C $\angle HCH_1 = 45^\circ$, следовательно, катеты равны: $CH_1 = HH_1$, $HH_1 = CH \cdot \sin 45^\circ$, $HH_1 = \frac{3\sqrt{2}}{2}$, $CH_1 = \frac{3\sqrt{2}}{2}$.

В прямоугольном равнобедренном треугольнике BH_1A катеты равны: $AH_1 = BH_1$, $BH_1 = AB \cdot \sin 45^\circ$, $BH_1 = 3\sqrt{2}$, $AH_1 = 3\sqrt{2}$.

3) Треугольник BH_1L подобен треугольнику MM_1L (по двум углам), и $\frac{BH_1}{MM_1} = \frac{BL}{ML} = \frac{3}{1}$ (по свойству медиан треугольника). Отсюда $MM_1 = \frac{1}{3}BH_1$, $MM_1 = \sqrt{2}$.

4) Из теоремы Фалеса следует, что отрезок KK_1 является средней линией трапеции HH_1M_1M , поэтому $KK_1 = \frac{HH_1 + MM_1}{2}$, $KK_1 = \frac{5\sqrt{2}}{4}$.

5) Поскольку $AC = AH_1 + H_1C$, $AC = \frac{9\sqrt{2}}{2}$.

Отсюда $S_{\Delta AKC} = \frac{1}{2}AC \cdot KK_1$, $S_{\Delta AKC} = \frac{45}{8}$.

Содержание критерия	Балл
Найден верный способ решения. Приведена последовательность всех шагов решения: 1) найдена величина угла $\angle PCA$;	3

<p>2) решены прямоугольные треугольники HN_1C и BH_1A;</p> <p>3) установлено подобие треугольников BH_1L и MM_1L, и найдена сторона MM_1;</p> <p>4) вычислена средняя линия KK_1 трапеции HN_1M_1M;</p> <p>5) вычислена площадь треугольника AKC.</p> <p>Обоснованы ключевые моменты выбранного способа решения:</p> <p>а) прямоугольные треугольники BH_1L и MM_1L подобны;</p> <p>б) отрезок KK_1 является средней линией трапеции HN_1M_1M.</p> <p>Верно выполнены все преобразования и вычисления. Получен верный ответ.</p>	
<p>Приведена верная последовательность всех шагов решения.</p> <p>Явно описаны или могут быть отмечены на чертеже свойства представленных в условии фигур и их элементов, которые играют ключевую роль в решении задачи.</p> <p>Допустимо отсутствие обоснований или неточности в обоснованиях ключевых моментов решения. Приведенные в решении обоснования не содержат грубых ошибок.</p> <p>Допустима одна описка и/или вычислительная ошибка, не влияющие на правильность дальнейшего хода решения. В результате ошибки или описки может быть получен неверный ответ.</p>	2
<p>Ход решения правильный, но решение, возможно, не завершено: найдены величина угла $\angle PCA$ и длины отрезков HN_1, H_1C, H_1A и BH_1.</p> <p>Допустимо отсутствие обоснований ключевых моментов решения. Приведенные в решении обоснования не содержат грубых ошибок.</p> <p>Допустимы ошибки в вычислениях или в преобразованиях, не влияющие на правильность хода решения. В результате этих ошибок может быть получен неверный ответ.</p>	1
<p>Все случаи решения, которые не соответствуют вышеуказанным критериям выставления оценок в 1, 2, 3 балла.</p>	0